Université de Strasbourg **Master IRIV**
Télécom Physique Strasbourg **Spécialité IRMC**

Algèbre et calcul matriciel

Devoir #3: Le déterminant

1. Soit les matrices A, B et C suivantes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

a. Calculer le déterminant des matrices A, B et C

b. Calculer le déterminant des matrices A^T, B^T et C^T

c. Calculer l'inverse des matrices A, B et C par la formule directe

d. Calculer le déterminant de l'inverse des matrices A, B et C

e. Vérifier que $A^{-1}A = I$, $B^{-1}B = I$, $C^{-1}C = I$

Soit la matrice M diagonale par blocs telle que: $M = \text{diagonale}(A, B, C)$

a. Montrer que le déterminant de la matrice M calculé avec Matlab est égal au produit des déterminants des matrices A, B et C

b. Calculer le déterminant de M^3

2. Soit la matrice suivante:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a. Calculer le déterminant de A par le dévelloppement de Laplace

b. Vérifier le calcul du déterminant de A en utilisant Matlab

3. Soit le système d'équations suivant:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_2 + 2x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}$$

a. Ecrire le système d'équations sous forme matricielle : $Ax = b$

b. Calculer la solution en utilisant la méthode de Cramer

c. Résoudre avec Matlab en calculant $A^{-1}b$

4. Soit le système d'équations suivant:

$$\begin{aligned} x_1 + ax_2 &= 1 \\ x_1 + x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 &= b \end{aligned}$$

a. Pour quelle(s) valeur(s) des paramètres a et b, le système a-t-il une solution, une infinité ou aucune solution ?

b. Résoudre le système dans le cas où il y a une seule solution

c. Donner la forme des solutions quand il y a une infinité de solutions