

Algèbre et calcul matriciel

Devoir #2: Les matrices - première partie

1. Soit les matrices A et B suivantes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculer les matrices C et D telles que:

$$\begin{aligned} C &= (A - 3 * B)^T * (A - 3 * B) \\ D &= B * A + A * B \end{aligned}$$

- Donner la valeur de C et de D .
- Quelle(s) propriété(s) particulière(s) ont les matrices C et D ?
- Calculer la trace de la matrice D et montrer qu'elle vaut 2 fois la trace de $B * A$.

2. Démontrer que toute matrice carrée peut se décomposer en la somme de deux matrices dont l'une est symétrique et l'autre anti-symétrique. Calculer cette décomposition dans le cas de la matrice A précédente.

3. Soit l'équation $Ax = b$ avec :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- Calculer l'inverse de A .
- Calculer x .
- Calculer Ax .

4. Construire le vecteur horizontal th comprenant les valeurs de 0 à 100 espacées de 0,1 et le vecteur vertical tv avec les mêmes valeurs. Soit la matrice A dont la première ligne est égale à th et la deuxième ligne est composée par le sinus des éléments de la première ligne. Soit la matrice B dont la première colonne est égale à tv et la deuxième colonne est composée par le cosinus des éléments de la première colonne.

- Donner les dimensions de $C = A * B$ et de $D = B * A$.
- Calculer C .
- Montrer que la trace de C est égale à la trace de D .